

# Anomalie in Meccanica Quantistica

**Candidato:** Francesco SARTINI

**Relatore:** Aldo Lorenzo COTRONE  
cotrone@fi.infn.it

Le simmetrie e le corrispondenti leggi di conservazione giocano un ruolo fondamentale nella Fisica. Può capitare tuttavia che una simmetria valida in un certo modello teorico cessi di esserlo in un altro, ad esempio in Teoria Quantistica dei Campi può accadere che una simmetria valida in teoria classica venga violata nella sua versione quantistica. Si hanno ovviamente varie tipologie di rottura di simmetria, una di queste è la cosiddetta anomalia, che si presenta quando una simmetria dell'Azione classica rimane valida anche quantisticamente, ma la funzione di partizione non è invariante.

Nell'ambito della moderna fisica teorica, le anomalie hanno un ruolo essenziale per la consistenza delle teorie: se la simmetria che viene violata è un'invarianza per trasformazioni di Gauge (Anomalie di Gauge), affinché la teoria possa essere valida occorre eliminare l'anomalia. Un altro tipo di anomalie importante è quello legato a simmetrie globali (o rigide) le cui quantità conservate sono ad esempio carica o numero di particelle.

Nonostante il fenomeno sia tipico della Teoria Quantistica dei Campi, esistono alcuni esempi di Meccanica Quantistica che ne condividono i tratti fondamentali. Lo scopo di questa tesi è proprio esaminare due di questi casi.

L'elaborato si divide in due parti in cui si trattano i due problemi diversi, che però sotto alcune condizioni presentano lo stesso tipo di anomalia, con la stessa struttura algebrica.

Lo studio partirà da un sistema fermionico senza spin e isolato con Lagrangiana:

$$L = i \psi^\dagger \dot{\psi}$$

dove le  $\psi$  sono variabili di Grassmann complesse.

Dopo un'introduzione sul formalismo matematico necessario per trattare le variabili di Grassmann si procederà all'analisi delle simmetrie classiche dell'azione classica. Quindi con un approccio quantistico, vedremo che l'algebra delle simmetrie viene modificata rispetto allo studio classico. Tuttavia si mostrerà che questa deformazione dell'algebra non sarà osservabile finché il sistema rimane isolato. Se invece lo accoppiamo con un campo esterno, tramite lo studio della funzione di partizione a potenziale chimico finito, emergerà la non invarianza di una composizione delle simmetrie classiche, ovvero un'anomalia.

Terminata l'analisi del sistema fermionico verranno messe in evidenza le analogie con alcuni particolari livelli fondamentali di un altro problema, questa volta bosonico con Lagrangiana:

$$L = \frac{1}{2} \dot{x}^2 + \frac{1}{2\pi} \Theta \dot{x}$$

Il sistema viene studiato nel cerchio; ovvero:

$$\forall x, \quad x \equiv x + 2\pi$$

$\Theta$  è una costante indipendente da  $x$  e si suppone anche dal tempo, il variare di questo parametro individua i diversi casi che esamineremo.