Stima ottimale dei parametri di complesse dinamiche quantistiche

In questa tesi mostreremo come dallo studio teorico del problema della distinguibilità fra stati quantistici sia possibile ricavare dei metodi per la stima ottimale dei parametri in esperimenti che coinvolgono dinamiche e misure quantistiche. In particolare tali metodi verranno applicati ad una misura di "Quantum Sensing", nello specifico una misura Ramsey, che utilizza un sistema quantistico per ottenere informazioni riguardanti un generico segnale esterno. Essa verrà studiata sia analiticamente nel caso più semplice di sensore isolato che numericamente nel caso più complesso di un'interazione aggiuntiva con l'ambiente.

In particolare vedremo come sia possibile, data una misura quantistica, definire una distanza fra stati quantistici dipendenti da un parametro e come nella trattazione risulti particolarmente rilevante una grandezza nota in statistica come informazione di Fisher. Vedremo poi come in processi di misura ottimali l'informazione di Fisher debba essere massima e come si possa ricavarne un limite inferiore per l'errore sulla stima noto come Cramèr-Rao bound. Nell'ultimo capitolo verrà introdotto il concetto di Quantum Sensing, cioè l'utilizzo di un sistema quantistico per effettuare misure di quantità fisiche. Studieremo analiticamente la stima della frequenza di risonanza di un qubit attraverso una misura Ramsey e massimizzeremo l'informazione di Fisher nei parametri che definiscono il protocollo di misura. Troveremo quindi, per il caso di sensore interagente con il solo segnale da misurare, che la misura considerata risulta essere tra quelle ottimali per la stima del parametro in questione e che l'informazione di Fisher è proporzionale al tempo di interazione della misura. Per affrontare invece il caso di sensore interagente col segnale da misurare e con l'ambiente utilizzeremo una simulazione numerica dello stesso processo di misura inserendo un rumore Gaussiano nell'evoluzione libera del sensore. Confronteremo quindi l'andamento degli effetti di interazione con l'ambiente e quello dell'informazione di Fisher al variare del tempo di interazione della misura, dopodichè, facendo variare gli stessi parametri usati nel caso analitico, troveremo le regioni del piano dei parametri in cui l'informazione di Fisher risulta massima. La misura Ramsey risulta nuovamente tra quelle ottimali anche in questo caso anche se si nota che altre misure possono essere più utili in alcune situazioni. Verrà infine ricollegato molto brevemente quanto studiato a un caso sperimentale in fisica atomica con atomi ultrafreddi.

Relatore: prof. Filippo Caruso (filippo.caruso@unifi.it)

Correlatore: dr. Matthias M. Müller (mueller@lens.unifi.it)

Candidato: Alessio Fallani (alessio.fallani1@stud.unifi.it)