



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Istantoni in meccanica quantistica e teorie di gauge

Relatore: Dott. Aldo Lorenzo Cotrone

(cotrone@fi.infn.it)

Candidato: Francesco Andreucci

In questo elaborato studieremo alcuni aspetti relativi agli istantoni, ossia soluzioni delle equazioni di moto euclidee, ad azione (euclidea) finita.

Nella prima parte ci occuperemo del ruolo che gli istantoni svolgono in meccanica quantistica, come mediatori dell'effetto tunnel. Inizieremo introducendo la versione euclidea dell'integrale sui cammini di Feynman, calcolandone il limite semiclassico in approssimazione gaussiana. Inoltre, ricaveremo una formula che ci permetterà di estrarre informazioni sugli stati a bassa energia del sistema, tra cui la loro energia. Nel capitolo successivo si introduce il potenziale a doppia buca. Vedremo qui come gli istantoni forniscano, nello spazio euclideo, un cammino classico che lega due punti che sono, nello spazio ordinario minkowskiano, separati da una barriera di potenziale che proibisce tale cammino. Inoltre, emergerà che, dall'esistenza di questo cammino, segue l'esistenza di un numero infinito di cammini, soluzioni alle equazioni di moto euclidee solo in una certa approssimazione, detta "diluita". Ponendoci in tale approssimazione, calcoleremo, tramite il path integral, l'energia del vuoto e del primo stato eccitato, e vedremo che la degenerazione del vuoto classico è rotta da un termine non perturbativo. Con le stesse tecniche analizzeremo infine un potenziale periodico.

Nella seconda parte verranno studiati gli effetti degli istantoni in una teoria di gauge $SU(2)$. Inizieremo classificando le configurazioni di campo euclideo ad azione euclidea finita. Come vedremo, tale classificazione può essere effettuata tramite l'assegnazione ad ogni configurazione di un numero intero, detto "indice di avvolgimento". Risulterà inoltre che non è possibile deformare con continuità una configurazione di campo di gauge ad indice n_1 , in un'altra con indice diverso, mantenendo finita l'azione.

Esamineremo in seguito la struttura del vuoto classico, e vedremo che essa presenta varie analogie con quella di un potenziale periodico: abbiamo un'infinità discreta di minimi degeneri, separati da barriere di potenziale. Ogni minimo è identificato dall'indice definito in precedenza. Illustreremo poi brevemente come, passando alla teoria quantistica, un effetto analogo all'effetto tunnel permetta il passaggio fra configurazioni ad indice diverso, proprio come nel potenziale periodico l'effetto tunnel permette il passaggio fra minimi in posizioni diverse.

Infine vedremo che, per scrivere il path integral della teoria, è necessario sommare solo sulle configurazioni di campo col medesimo indice. Questa restrizione può essere rimossa aggiungendo alla lagrangiana un termine che porta ad una violazione della parità, modificando così le proprietà di invarianza della teoria.