

Transizioni di fase indotte dalla topologia in un modello di Ising parallelo

Data la sua generalità, la meccanica statistica può essere utilizzata come strumento di indagine anche in contesti lontani dalla fisica tradizionale, come la biologia, l'economia e lo studio di dinamiche sociali.

In tutti questi ambiti esistono sistemi in cui, nonostante l'erraticità del comportamento dei costituenti elementari, emergono regolarità nei comportamenti collettivi. E' allora interessante sviluppare dei metodi che consentano di quantificare tali regolarità e di studiare in che modo siano connesse alla natura "microscopica" del sistema sotto indagine.

In particolare, nello studio delle dinamiche di opinione siamo spesso interessati al passaggio da uno stato in cui non emerge alcun comportamento regolare collettivo, ovvero in cui manca una maggioranza ben definita ad ogni istante, ad uno stato più ordinato in cui emergono maggioranze definite, siamo cioè interessati ad una transizione del sistema da una fase disordinata ad una fase ordinata.

Questo tipo di transizione di fase è studiato in meccanica statistica seguendo il paradigma del modello di Ising per la transizione *paramagnete - ferromagnete* in cui l'emergenza di una magnetizzazione macroscopica è vista come "collaborazione" di tanti dipoli magnetici a livello microscopico.

E' possibile, sfruttando questo paradigma, costruire semplici modelli di dinamica delle opinioni in cui i singoli individui possono assumere soltanto due stati e sono influenzati nelle loro decisioni da coloro che li circondano.

Gli accoppiamenti ferromagnetici, che nel modello di Ising portano due spin ad allinearsi, sono interpretati come un comportamento conformista, viceversa ad accoppiamenti anti-ferromagnetici corrisponde un comportamento anticonformista.

Il presente lavoro di tesi si propone di studiare il comportamento di una società completamente composta da "anticonformisti ragionevoli", ovvero da individui che tendono ad avere opinione opposta alla maggioranza solo nei casi in cui questa non sia schiacciante, cioè non superi una certa soglia e altrimenti si comportano da conformisti. A questo scopo introdurremo un modello che, da un punto di vista strettamente fisico, può essere interpretato come un modello di Ising con dinamica parallela in cui compaiono termini di interazione che coinvolgono più di due spin alla volta (termini di placchetta).

Ci concentreremo in particolare sullo studio del parametro d'ordine *opinione media* (magnetizzazione media) al variare della topologia della rete attraverso l'approssimazione di campo medio e simulandone il comportamento su un *reticolo regolare*, su una rete *small-world* ed infine su una *rete casuale*.

Nella prima parte del lavoro introdurremo le transizioni di fase tra uno stato ordinato ed uno disordinato, esporremo le principali caratteristiche del modello di Ising e tratteremo alcuni concetti di base di teoria delle reti.

Dopo aver introdotto il modello specifico dell'indagine, studieremo il comportamento dell'*opinione media* in approssimazione di campo medio al variare della *costante di accoppiamento*. In questa approssimazione, per una costante di accoppiamento antiferromagnetico ed un termine di placchetta ferromagnetico osserviamo un diagramma di biforcazione tipo "period doubling", con un punto fisso che diventa instabile originando in ciclo limite, seguito poi da altre biforcazioni. Si tratta quindi di un quadro dinamico (che trae origine dal carattere parallelo dell'aggiornamento) molto diverso da quello standard della meccanica statistica di equilibrio.

Nelle simulazioni vedremo come il comportamento reale del modello dipenda in maniera fondamentale dalla topologia della rete. Abbiamo utilizzato la procedura di Watts e Strogatz per passare in maniera continua da una rete regolare ad una casuale. Al variare della topologia si osservano una serie di transizioni di fase in cui il parametro d'ordine passa da oscillazioni incoerenti a media nulla per un reticolo regolare, ad oscillazioni tra stati a media diversa da zero per la rete casuale, in maniera simile a quanto succede nell'approssimazione di campo medio al variare dell'accoppiamento.

CANDIDATO:
Tommaso Matteuzzi

E-MAIL:
tommaso.matteuzzi1@stud.unifi.it

RELATORE:
Prof. Franco Bagnoli

E-MAIL:
franco.bagnoli@unifi.it

