

Equazioni di moto per sistemi anolonomi

Candidato: Giuseppe Di Giulio (digiulio.giuseppe@gmail.com)

Relatore: Dott. Federico Talamucci (federico.talamucci@math.unifi.it)

L'argomento di questa tesi è l'estensione delle equazioni di moto dai sistemi olonomi ai sistemi anolonomi. La trattazione di questo tipo di sistemi risulta in generale più complessa rispetto a quella nel caso olonomo; per questo motivo, esistono più approcci alla risoluzione del problema del moto che presuppongono la possibilità di scrivere equazioni in forma diversa.

Riuscire a descrivere il moto di questi sistemi ha grande importanza nell'ambito della meccanica dei corpi rigidi (in particolare, ad esempio, nella robotica): in questi frangenti, spesso, si può avere a che fare con vincoli che rendono il sistema anolonomo e pertanto è importante avere a disposizione più metodi per trattare questi sistemi a seconda del caso di fronte a cui ci si può trovare.

Nel lavoro di tesi si è partiti dalla definizione formale dei vari tipi di vincoli e dalla caratterizzazione, tramite questi, dei sistemi anolonomi. A tale scopo, si sono introdotte semplici nozioni ed alcuni risultati di geometria differenziale che ci hanno permesso inoltre di fornire un criterio per stabilire se un sistema risulta anolonomo. A tal proposito, in seguito, sono stati proposti due esempi di sistemi meccanici a cui applicare il suddetto criterio.

Nella parte successiva del lavoro sono state ricavate tre tipologie di equazioni di moto. Le prime sono le equazioni di Lagrange anolonome, in cui abbiamo introdotto il concetto di moltiplicatore di Lagrange che, dal punto di vista della dinamica, è connesso alla reazione vincolare associata ai vincoli differenziali. Poi ci sono le equazioni di Appell, in cui abbiamo eliminato ogni contributo derivante dalle reazioni vincolari tramite l'introduzione di parametri, detti pseudovelocità, legati alle equazioni dei vincoli anolonomi. Infine abbiamo riportato le equazioni di Boltzmann - Hamel che sono di fatto una diversa scrittura delle equazioni di Appell, ma coinvolgono grandezze fisiche diverse (in particolare, l'energia cinetica del sistema).

Successivamente, è stato effettuato un *focus* sulla possibilità di esprimere i moltiplicatori di Lagrange in funzione delle coordinate che descrivono il sistema: infatti, non solo i moltiplicatori hanno l'interpretazione fisica spiegata in precedenza, ma spesso può essere più comodo limitarsi alla risoluzione delle sole equazioni differenziali, senza dovervi affiancare le condizioni anolonome (la cui informazione è proprio racchiusa nella forma esplicita dei moltiplicatori).

Alla fine del lavoro, i risultati ottenuti sono stati applicati ad uno dei più classici esempi di sistemi anolonomi: il pattino di Chaplygin. In questo caso particolare, si è riscontrata la possibilità di risolvere il moto solo con l'approccio delle equazioni di Appell grazie ad un cambio opportuno di variabili che ci siamo trovati ad effettuare.