



Tesi di laurea triennale in fisica e astrofisica
Entropia di entanglement olografica

Candidato: Paolo Braccia

Relatore: Dott. Aldo Lorenzo Cotrone

(cotrone@fi.infn.it)

Riassunto

In fisica classica il concetto di entropia è associato all'incertezza dell'osservatore riguardo lo stato esatto del sistema fisico in esame. La sua misura quantifica l'ammontare di informazione mancante per selezionare il microstato del sistema tra tutte le possibili configurazioni compatibili con lo stato complessivo osservato. Tra le proprietà più importanti dell'entropia classica vi è l'estensività: l'incertezza totale sul sistema deriva dalla somma delle incertezze su tutti i suoi costituenti. In particolare se l'entropia associata a un sistema è nulla allora sono noti con esattezza i microstati di tutti i suoi costituenti.

Anche in meccanica quantistica è possibile, oltre che necessario, dare una definizione di entropia e associarvi una misura, che è detta entropia di von Neumann. Si scopre però che questa può non rispettare l'estensività. Questa rottura col comportamento classico è da imputare all'entanglement, il fenomeno che più di tutti caratterizza il mondo quantistico. A causa dell'entanglement regioni di sistemi a entropia nulla possono presentare entropia diversa da zero ed è perciò naturale associarne la misura ad una quantificazione del livello di entanglement col resto del sistema. Si arriva così a definire l'entropia di entanglement, abbreviata spesso con la sigla EE e detta anche entropia geometrica a causa della dipendenza dalla geometria con la quale si bipartisce il sistema. Lo studio dell'EE ha assunto grande importanza in vari ambiti della fisica moderna, dalle teorie quantistiche dell'informazione e della computazione alla fisica della materia.

Derivare espressioni analitiche per l'entropia di entanglement è però assai complicato, in particolare se i sistemi trattati sono descritti da teorie di campo quantistiche (QFT). Per una classe particolare di tali teorie, le teorie di campo conformi (CFT), le cose sono però rese relativamente più semplici dalla corrispondenza AdS/CFT, nota anche come congettura di Maldacena dal nome del fisico che per primo la propose nel 1997. Questa congettura postula l'equivalenza tra teorie di campo conformi su spaziotempi piatti $(d+1)$ -dimensionali e teorie di gravità su spaziotempi di tipo anti de Sitter $(d+2)$ -dimensionali ed è dunque una realizzazione del principio olografico formulato da t'Hooft nel 1993 sulla base dei risultati ottenuti da Bekenstein studiando l'entropia dei buchi neri. La caratteristica fondamentale della corrispondenza AdS/CFT è quella di legare regimi di forte accoppiamento di una delle due teorie a regimi di accoppiamento debole nella controparte, permettendo così di utilizzarla come efficace strumento di calcolo.

Scopo ultimo di questa tesi è quello di utilizzare la corrispondenza AdS/CFT per ricavare l'espressione analitica dell'EE per tre tipi di sistemi quantistici spazialmente unidimensionali ($d = 1$) descritti da una CFT. Per farlo abbiamo seguito i lavori di Ryu e Takayanagi (2006), che per primi hanno formulato una misura olografica dell'entropia di entanglement.

Nello sviluppo di questo lavoro abbiamo inizialmente introdotto e analizzato il formalismo delle matrici densità, usato nell'ambito della meccanica quantistica per trattare sistemi statistici, allo scopo di illustrare il concetto di entropia quantistica e formularne la misura tramite l'entropia di von Neumann. Abbiamo poi definito il concetto di entanglement, mostrando come in sua presenza l'entropia di von Neumann si comporti diversamente dall'entropia classica, come già anticipato. Sfruttando questa particolarità si è potuto introdurre l'entropia di entanglement, della quale abbiamo discusso l'andamento e i principali campi di applicazione.

In seguito, dopo aver ripercorso i passi che hanno portato alla formulazione del principio olografico e introdotto gli ingredienti fondamentali della corrispondenza AdS/CFT, si è proceduto al calcolo dell'EE tramite la formula di Ryu e Takayanagi.

L'elaborato presenta un'appendice finale che illustra alcune importanti proprietà dell'entropia di entanglement e fornisce una dimostrazione olografica per la più importante di queste.