

Riassunto della tesi

Titolo: Formazione di strutture in sistemi fuori dall'equilibrio

Candidato: Niccolò Zagli

Relatore: Paolo Politi paolo.politi@isc.cnr.it

In questo lavoro di tesi ci proponiamo di studiare una classe particolare di sistemi fuori dall'equilibrio: quei sistemi in cui, a partire da una situazione uniforme, nascono delle strutture spaziali. La natura propone molti esempi interessanti in tal senso: dalla creazione dei fiocchi di neve ai moti convettivi che si verificano nell'atmosfera. Nello svolgimento della tesi, prendiamo come esempio paradigmatico proprio la formazione dei moti convettivi. Studiamo un fenomeno riproducibile in laboratorio, il processo di convezione di Rayleigh-Bénard: uno strato di fluido racchiuso tra due superfici piane termostatate viene portato fuori dall'equilibrio termodinamico applicando una differenza di temperatura $\Delta T = T_{\text{inf}} - T_{\text{sup}} > 0$. Fino a che la differenza di temperatura rimane sotto un certo valore critico, ΔT_c , il fluido rimane fermo ed il calore si propaga solamente tramite conduzione. Quando $\Delta T > \Delta T_c$, il fluido comincia a muoversi e dopo un certo tempo t^* si vengono a creare delle celle convettive di taglia dell'ordine dello spessore del fluido. Questa struttura di celle va incontro ad una dinamica di riaggiustamento della dimensione tipica, in cui si verificano fenomeni di coalescenza e scissione, fino ad arrivare ad uno stato stazionario di non equilibrio.

Partendo dal fatto che nel sistema si viene a creare una struttura con caratteristiche spaziali e temporali ben definite e utilizzando considerazioni di simmetria, riusciamo a scrivere la più semplice equazione differenziale che possa spiegare un tale comportamento. L'equazione è composta da una parte lineare, che spiega il passaggio dallo stato di conduzione a quello convettivo, e una non lineare, che è responsabile della creazione della struttura di celle convettive. Facciamo un'analisi di stabilità lineare dello stato conduttivo, cioè pensiamo di perturbarlo lievemente, e verificiamo che, nel regime in cui $\Delta T > \Delta T_c$, alcuni modi di Fourier della perturbazione sono instabili (attivi) e crescono nel tempo. Questi modi sono sostanzialmente il seme delle celle convettive di determinata lunghezza d'onda che appaiono nel sistema. La parte non lineare interviene per bloccare questa crescita delle celle e permette la nascita di una struttura.

Vogliamo capire se l'equazione può spiegare tutta la dinamica della struttura: procediamo dunque a fare un'analisi debolmente non lineare dell'equazione. Questa si sviluppa essenzialmente in due parti: in primo luogo verificiamo l'esistenza di soluzioni stazionarie per ogni lunghezza d'onda dei modi di Fourier attivi della perturbazione. In un secondo momento procediamo ad analizzare la loro stabilità: si trova che tutte le soluzioni sono stabili per una perturbazione dell'ampiezza. Per quanto riguarda una perturbazione della fase, alcuni modi di Fourier risultano instabili (Instabilità di Eckhaus): le celle convettive relative a questi modi devono riaggiustare in qualche maniera la propria lunghezza d'onda. Questo porta dunque ai fenomeni di scissione di celle grandi e coalescenza di celle piccole.

In conclusione verificiamo che il sistema raggiunge uno stato stazionario di non equilibrio.