

Titolo della Tesi: Transizioni di fase in un modello semplificato di un sistema autogravitante. (Phase transition in a simple model of a self-gravitating system)

Candidato: Leonardo Lenzi (leolenzi89@gmail.com)

Relatore: Dott. Lapo Casetti (casetti@fi.infn.it)

Nella fisica un elevato numero di problemi hanno a che fare con sistemi caratterizzati da interazioni a lungo raggio. Tuttavia le loro proprietà fisiche sono, in genere, meno comprese che nei sistemi con interazione a corto raggio.

In questo lavoro siamo interessati a studiare il comportamento di sistemi con un elevato numero N di particelle, per i quali sarà dunque necessario adottare un approccio di natura statistica, e caratterizzati da interazioni di coppia tra i costituenti elementari a lungo raggio. Una fondamentale caratteristica dei sistemi con interazione a lungo raggio è che essi possono presentare il fenomeno della *non equivalenza* tra gli insiemi statistici (che, invece, non si verifica nei sistemi con interazione a corto raggio). E' importante sottolineare, fin da subito, che la non equivalenza tra insiemi statistici non è un mero inconveniente matematico, ma ha importanti conseguenze fisiche. Un esempio di tali proprietà è dato dal fatto che questi sistemi possono mostrare un calore specifico negativo, oppure dal fatto che, sovente, il loro stato di equilibrio risulti non omogeneo.

La prima parte di questo lavoro inizia con una sintetica rassegna delle principali caratteristiche degli insiemi statistici canonico e microcanonico. Si passa quindi ad analizzare gli aspetti matematici che portano alla non equivalenza tra gli insiemi statistici, tramite la discussione delle proprietà delle funzioni termodinamiche densità di energia libera e densità di entropia e della relazione che le lega (cioè la trasformata di Legendre_Fenchel). Infine, si descrivono le cause fisiche che possono indurre tale fenomeno, introducendo le nozioni di additività, estensività e interazione a lungo raggio e dimostrando che i sistemi *non additivi* possono mostrare la non equivalenza tra gli insiemi statistici (in quanto l'entropia microcanonica può mostrare una regione convessa).

Nella seconda parte ci concentriamo su una sola tipologia di sistemi con interazioni a lungo raggio, cioè sui sistemi autogravitanti, andando ad analizzare i problemi di non convergenza delle loro funzioni termodinamiche e poi introducendo un modello semplificato che ci consente di evitare tali problemi, mantenendo tuttavia le principali proprietà dei sistemi autogravitanti: il modello di Thirring. Andiamo quindi a risolvere tale modello nell'insieme microcanonico ed in quello canonico, mettendo in luce le condizioni che conducono alle non equivalenze delle due trattazioni.

Nell'ultima parte di questo lavoro analizziamo le transizioni di fase presenti nel modello di Thirring, andando a mostrare che in entrambi gli insiemi statistici la transizione di fase risulta discontinua e che termina con un punto critico. Si stimano i valori critici dei parametri di controllo di entrambi gli insiemi. Si espone quindi il comportamento delle principali funzioni termodinamiche al variare dei parametri di controllo, con particolare attenzione ai calori specifici canonico e microcanonico; si mostra infatti, anche tramite esempi specifici, quali sono le condizioni in cui i sistemi sono non equivalenti, e quelle in cui si assiste alla comparsa di un calore specifico microcanonico negativo. Si riportano infine i diagrammi di fase del modello di Thirring per entrambi gli insiemi statistici e si accenna alle difficoltà presenti nella stima degli esponenti critici.